REPRESENTAÇÃO INSUMO-PRODUTO DA ECONOMIA

(INPUT-OUTPUT REPRESENTATION OF THE ECONOMY)

Laerte Ferreira Morgado
Senado Federal
Brasília - DF, Brasil
14/06/2025
Email:laertefmorgado@gmail.com

ABSTRACT

Com fundamento na teoria econômica insumo-produto de W. Leontief, propomos uma representação de toda a economia por meio de um rede fundamentada em BPMN em que cada unidade ou agente econômico recebe insumos como entrada, demanda um conjunto de custos indiretos e produz um conjunto de produtos como saída. Essa representação permite monitorar toda a economia em variados graus de abstração, já que uma unidade econômica pode ser composta de outras unidades econômicas internas, encapsulando-as, portanto, permitindo visualizar toda a rede, calcular, com álgebra matricial, a produção de riqueza pelos atores econômicos em vários graus de encapsulamento, otimizar a rede da economia, inclusive com o uso da Inteligência Artificial, derivar vários indicadores econômicos e representações visuais para cada unidade econômica, conferindo transparência e responsabilização para a economia como um todo. Por fim, produz-se uma demonstração de que a riqueza da economia pode ser representada tanto por seus ativos financeiros quanto por sua base material, que seriam proporcionais.

***K*eywords** Economia · Insumo-Produto · BPMN · Grafos · Representação

ORCID: https://orcid.org/0009-0006-4004-9804

Conflitos de Interesse

O autor deste manuscrito afirma que não há conflitos de interesse a declarar em relação à publicação deste artigo. O autor não possui relações financeiras ou pessoais que possam influenciar ou afetar a imparcialidade do trabalho relatado neste manuscrito.

1 Introdução

De acordo com Miller e Peter [2], a análise insumo-produto é teoria analítica desenvolvida por Wassily Leontief na década de 30 e que lhe rendeu o Nobel de Economia de 1973. Em sua forma fundamental, o modelo insumo-produto é composto por um sistema de equações lineares que descrevem a distribuição de produtos na economia.

As informações essenciais na análise insumo-produto, de acordo com esse modelo, podem ser representadas por meio de uma tabela de transações interindústria, que representa o fluxo de produtos de cada setor industrial, considerado produtor, para cada outro setor, considerado como consumidor. Dessa forma, as linhas da tabela representam a distribuição dos produtos de um produtor para cada um dos setores da economia. As colunas, por sua vez, representam a composição dos insumos requeridos por um determinado setor para produzir seus produtos. Existem, ainda, colunas adicionais que representam mercados finais, como consumidores finais e o governo federal, e registram as vendas de cada setor para

[0]Laerte Ferreira Morgado, Dr.BA (California Southern Universty/USA), M.Sc. Engenharia Elétrica (Unicamp/BR), Engenharia de Computação (Unicamp/BR), PgDip. Computer and Communications Law (University of London/UK), Bacharelado em Direito (UnB/BR). Consultor de Orçamentos do Senado Federal desde 2009. Este trabalho foi desenvolvido inteiramente por mim.

esses mercados. Existem também linhas adicionais, denominadas de valor agregado, que representam outros insumos da produção, como trabalho, depreciação de capital, impostos indiretos das indústrias e importação.

Nesse modelo, a tabela de transações pode representar diferentes níveis agregados, desde o país, um estado, até níveis menores. Além disso, as unidades de medida da transações podem se dar por unidades físicas ou por valores monetários. Como se pode facilmente perceber, esse modelo permite usar equações lineares e matrizes para representar as interdependências entre setores da economia.

No presente trabalho, desenvolvemos uma ideia similar em que representamos a rede de produção da economia por meio da interconexão de atores econômicos, que denominamos unidades econômicas, cada um consumindo um conjunto de insumos e produzindo um conjunto de produtos, de forma a compor uma rede de produção desde os insumos originais até os produtos finais, a qual pode ser representada em vários níveis agregados, à semelhança da representação de um *Business Process Model and Notation - BPMN* (Ver ISO/IEC 19510:2013 [1]).

2 Resultados e Discussão

2.1 Considerações Teóricas

O que pretendo representar neste modelo é a circulação e produção de riqueza na economia. Sabemos, intuitivamente, que a riqueza econômica pode ser de dois tipos: a financeira e a de base material, composta de bens e serviços ofertados à sociedade.

Se consideramos uma troca i entre dois agentes econômicos quaisquer, entendemos que as trocas econômicas entre eles podem ser de dois tipos: trocas únicas u ou trocas recorrentes r. No primeiro caso, representamos a quantidade de itens trocados por q_{iu} e o preço da troca por p_{iu}. No segundo caso, representamos a quantidade de itens trocados por unidade de tempo por q_{ir} e o preço de troca por unidade de tempo por p_{ir}.

Entendo que deve haver uma equivalência de valor entre as quantidades trocadas de cada produto ou serviço e seus preços, isto é, $q_{iu} \sim p_{iu}$ e $q_{ir} \sim p_{ir}$. Isso ocorre por duas razões: por uma questão de justiça, já que nenhum produtor irá querer vender um produto ou prestar um serviço muito valioso por um preço vil, nem um comprador quererá comprar um produto ou receber serviço de pequeno valor por um preço vultoso; por uma questão de equilíbrio de mercado, em razão da lei da oferta e demanda.

Dessa forma, podemos assumir que $k_{ium} \leq p_{iu}/q_{iu} \leq k_{iuM}$, onde k_{ium} é uma constante mínima e k_{iuM} é uma constante máxima, e que $k_{irm} \leq p_{ir}/q_{ir} \leq k_{irM}$, onde k_{irm} também é uma constante mínima e k_{irM} é outra constante máxima.

Assim, para uma quantidade de trocas unitárias n_u em um período de tempo T, temos: $\sum_{i=1}^{n_u}(k_{ium} \times q_{iu}) \leq \sum_{i=1}^{n_u}(p_{iu}) \leq \sum_{i=1}^{n_u}(k_{iuM} \times q_{iu})$. Se fizermos $\overline{k_{um}} = \sum_{i=1}^{n_u}(k_{ium})/n)$ e $\overline{k_{uM}} = \sum_{i=1}^{n_u}(k_{iuM})/n)$, além de $Q_u = \sum_{i=1}^{n_u}(q_{iu})$ e $P_u = \sum_{i=1}^{n_u}(p_{iu})$, teremos:

$$(\overline{k_{um}} \times Q_u) \leq P_u \leq (\overline{k_{uM}} \times Q_u) \tag{1}$$

Da mesma forma, para uma quantidade de trocas recorrentes n_r em um período de tempo T, temos: $\sum_{i=1}^{n_r}(k_{irm} \times q_{ir}) \leq \sum_{i=1}^{n_r}(p_{ir}) \leq \sum_{i=1}^{n_r}(k_{irM} \times q_{ir})$. Se fizermos $\overline{k_{rm}} = \sum_{i=1}^{n_r}(k_{irm})/n)$ e $\overline{k_{rM}} = \sum_{i=1}^{n_r}(k_{irM})/n)$, além de $Q_r = \sum_{i=1}^{n_r}(q_{ir})$ e $P_r = \sum_{i=1}^{n_r}(p_{ir})$, teremos:

$$(\overline{k_{rm}} \times Q_r) \leq P_r \leq (\overline{k_{rM}} \times Q_r) \tag{2}$$

Se fizermos $k_m = \min(\overline{k_{um}}, \overline{k_{rm}})$, $k_M = \max(\overline{k_{uM}}, \overline{k_{rM}})$, $Q = (Q_u + Q_r)$, $P = (P_u + P_r)$ e $K = (k_m + k_M)/2$, obteremos:

$$(k_m \times Q) \leq P \leq (k_M \times Q) \implies P = K \times Q \implies P \sim Q \tag{3}$$

Em resumo, em equilíbrio, deve haver uma equivalência ou proporcionalidade entre o total dos valores financeiros das trocas em um período de tempo qualquer e a quantidade total de bens ou serviços em circulação na economia nesse mesmo período de tempo. Isso implica que tanto a base financeira total da economia quanto base material dos bens e serviços em circulação podem ser usados como a representação da riqueza total em circulação na economia.

2.2 Representação da Economia

Podemos considerar dois tipos de atores ou unidades econômicas fundamentais: uma atividade, que caracteriza uma produção econômica recorrente, e um projeto, que caracteriza uma produção econômica única.

No primeiro caso, a unidade econômica (atividade) consumirá um conjunto de insumos $\{i_{a1} = (q_{ai1}, p_{ai1}), i_{a2} = (q_{ai2}, p_{ai2}),\ \ldots,\ i_{an} = (q_{ain}, p_{ain})\}$, caracterizadas por pares de quantidades unitárias por unidade de tempo e preços unitários. Além disso, demandará, para operar, um conjunto de custos indiretos $\{c_{a1}, c_{a2},\ \ldots,\ c_{ak}\}$ por unidade de tempo e produzirá um conjunto de produtos $\{o_{ao1} = (q_{ao1}, p_{ao1}), (q_{ao2}, p_{ao2}),\ \ldots,\ (q_{aom}, p_{aom})\}$, caracterizados também por pares de quantidades unitárias por unidade de tempo e preços unitários.

No segundo caso, a unidade econômica (projeto) consumirá um conjunto de insumos $\{i_{p1} = (q_{pi1}, p_{pi1}), i_{p2} = (q_{pi2}, p_{pi2}),\ \ldots,\ i_{pn} = (q_{pin}, p_{pin})\}$, caracterizadas por pares de quantidades e preços. Além disso, demandará, para operar, um conjunto de custos indiretos $\{c_{p1}, c_{p2},\ \ldots,\ c_{pk}\}$ e produzirá um conjunto de produtos $\{o_{po1} = (q_{po1}, p_{po1}), (q_{po2}, p_{po2}),\ \ldots,\ (q_{pom}, p_{pom})\}$, caracterizados também por pares de quantidades e preços. Nesse caso, o projeto demandará, para sua execução, um tempo total T.

No caso de uma atividades x, se representarmos, em vetores coluna, as quantidades de insumos por unidade de tempo por $Q_{ai} = (q_{ai1}, q_{ai2},\ \ldots,\ q_{ain})$, os preços unitários dos insumos por $P_{ai} = (p_{ai1}, p_{ai2},\ \ldots,\ p_{ain})$, as quantidades de produtos por unidade de tempo por $Q_{ao} = (q_{ao1}, q_{ao2},\ \ldots,\ q_{aom})$, os preços unitários dos produtos por $P_{ao} = (p_{ao1}, p_{ao2},\ \ldots,\ p_{aom})$ e os custos indiretos por unidade de tempo por $C_{ai} = (c_{ai1}, c_{ai2},\ \ldots,\ c_{aik})$, com $U = (1, 1,\ \ldots,\ 1)$, teremos que o lucro ou a riqueza produzida por unidade de tempo por esse ator pode ser calculada como:

$$R_x = Q_{ao}^{\top} \cdot P_{ao} - Q_{ai}^{\top} \cdot P_{ai} - C^{\top} \cdot U \tag{4}$$

No caso de um projeto y, se representarmos, em vetores coluna, as quantidades de insumos por $Q_{pi} = (q_{pi1}, q_{pi2},\ \ldots,\ q_{pin})$, os preços unitários dos insumos por $P_{pi} = (p_{pi1}, p_{pi2},\ \ldots,\ p_{pin})$, as quantidades de produtos por $Q_{po} = (q_{po1}, q_{po2},\ \ldots,\ q_{pom})$, os preços unitários dos produtos por $P_{po} = (p_{po1}, p_{po2},\ \ldots,\ p_{pom})$ e os custos indiretos por $C_{pi} = (c_{pi1}, c_{pi2},\ \ldots,\ c_{pik})$, com $U = (1, 1,\ \ldots,\ 1)$, teremos que o lucro ou a riqueza produzida por esse ator, ao longo do período total T, pode ser calculada como:

$$R_y = Q_{po}^{\top} \cdot P_{po} - Q_{pi}^{\top} \cdot P_{pi} - C^{\top} \cdot U \tag{5}$$

Por meio desse modelo, podemos representar os vários tipos de atores de uma economia padrão: uma unidade fabril, com seus insumos, custos indiretos e produtos produzidos por unidade de tempo; uma unidade de serviços, com seus insumos, custos indiretos e serviços prestados por unidade de tempo; uma unidade comercial, com seus insumos, custos indiretos e produtos vendidos por unidade de tempo; o trabalho de uma pessoa, cujos insumos englobam os salários recebidos por ela por unidade de tempo, os custos indiretos necessários a ela, e os produtos ou serviços que presta por unidade de tempo; uma unidade de logística, com os insumos ou produtos que recebe na origem, os custos indiretos do transporte e os produtos que entrega no destino, seja essa unidade, e o transporte associado, único ou recorrente.

A economia como um todo pode-se valer dessa representação de unidades econômicas ao conectar todas as unidades econômicas da sociedade, de forma que os produtos de cada uma das unidades sirvam de insumos para outras unidades econômicas, e a economia seja representada como um grande grafo (ou rede) dessa forma conectado. Existiriam insumos originais, que não seriam produzidos por nenhum ator, provavelmente obtidos da natureza, e consumidores finais, dando fim ao ciclo de produção. Além disso, atores individuais poderiam ser agregados em macro unidades econômicas, como uma grande empresa, com sua própria economia interna representada por uma rede interna de produção. Fazendo dessa forma, podemos ter unidades econômicas, agregadas ou não, representando toda a economia, um país, uma região, uma cidade, o setor público de um país, a economia do setor privado de um país, uma empresa, órgão público ou instituição qualquer, uma residência familiar, um indivíduo ou outro agregado arbitrário qualquer.

É importante que se perceba que essa representação pode ser visual, em um sistema computadorizado que permita visualização em diferentes níveis de agregação (por meio de aproximação - "zoom in" e afastamento "zoom out"), para visualização em diferentes níveis de abstração. As unidades econômicas seriam de responsabilidade de diferentes indivíduos ou instituições, mas as informações seriam trocadas, de forma dinâmica, em intervalos de tempo apropriados, entre os sistemas informatizados dos diferentes responsáveis (como indivíduos, empresas e órgãos públicos), de forma a permitir que toda a economia possa ser representada e visualizada dinamicamente.

Como se percebe, essa representação pode ser feita por meio de BPMN (Ver ISO/IEC 19510:2013 [1]) com diferentes graus de abstração. Além disso, já que os resultados de cada unidade econômica podem ser obtidos por meio de álgebra matricial, o comportamento de toda a economia, da mesma forma, poderia também ser monitorado por meio de cálculos matriciais. Em termos de informação, deveríamos ter uma lista de todos os insumos e produtos da economia, com suas unidades de medida. Cada um dos atores monitoraria preços unitários desses produtos/insumos tanto na entrada/compra como na saída/produção, além de seus custos indiretos, de forma a permitir os cálculos matriciais de resultado ou produção de riqueza.

A ideia é representar todos os atores da economia em um grafo ou rede, de forma combinatória, os quais podem ser agrupados em macro atores em diferentes graus de abstração ou granularidade, para visualização individual ou agregada. De posse de todas essas informações dinâmicas, em que os diferentes responsáveis por cada uma das unidades econômicas trocam informações entre si de forma dinâmica, toda a economia pode ser monitorada e visualizada em tempo real. Por meio dessa representação, suas informações e com o uso de álgebra matricial, diversos tipos de análises e otimizações poderiam ser realizados, inclusive com o uso de Inteligência Artificial. A riqueza produzida por cada unidade econômica (ou por toda a economia), poderia ser calculada em tempo real.

Em termos de visualização de cada unidade econômica, seus insumos poderiam ser representados de forma dinâmica e visual em uma lista vertical, com as informações de nome e unidade de medida, além de barras horizontais de representação das quantidades consumidas e preços unitários. O mesmo poderia ser feito com os produtos e com os custos unitários, proporcionando uma representação visual do comportamento dinâmico do ator, incluindo o cálculo da riqueza produzida em tempo real.

Uma outra visualização, no nível mais agregado para esse ator, mostraria um nó (quadrado ou círculo), com as seguintes informações dinâmicas: lista de insumos (quantidades e preços unitários) do lado esquerdo, lista de produtos (quantidades e preços unitários) do lado direito, custos indiretos na parte de baixo e a riqueza produzida, em tempo real, na parte de cima. Essa representação poderia ser desagregada, em tempo real, de forma a mostrar a rede interna de conexões entre as diversas unidades econômicas internas a esse ator, em níveis crescentes de detalhamento (zoom in).

Os seguintes indicadores poderiam ser calculados para cada unidade econômica:

1. Taxa de Criação de Riquezas Líquida = $(Q_o^\top \cdot P_o - Q_i^\top \cdot P_i - C^\top \cdot U)/(Q_i^\top \cdot P_i + C^\top \cdot U)$;
2. Taxa de Criação de Riquezas Líquida (por insumo x) = $(Q_o^\top \cdot P_o - Q_i^\top \cdot P_i - C^\top \cdot U)/(Q_{xi} \cdot P_{xi})$;
3. Custos Diretos = $Q_i^\top \cdot P_i$;
4. Custos Indiretos = $C^\top \cdot U$;
5. Riqueza Bruta Produzida = $Q_o^\top \cdot P_o$

Se representarmos por I_i o vetor coluna dos impostos incidentes em cada quantidade unitária dos insumos, I_o o vetor coluna dos impostos incidentes em cada quantidade unitária dos produtos e I_f o vetor coluna dos impostos fixos incidentes na atuação do ator x, teremos que o resultado R_x, ou produção de riqueza desse ator, será:

$$R_x = Q_o^\top \cdot (P_o - I_o) - Q_i^\top \cdot (P_i + I_i) - (C + I_f)^\top \cdot U \tag{6}$$

Dessa forma, poderemos monitorar os seguintes indicadores adicionais:

1. Impostos $I_x = Q_o^\top \cdot I_o + Q_i^\top \cdot I_i + I_f^\top \cdot U$;
2. Riqueza Líquida de Impostos = $R_x - I_x$.

Em termos de representação visual, poderemos ter uma lista vertical com todos impostos incidentes na atuação do ator, cada um acompanhado de uma barra horizontal representando o seu montante dinâmico. Podemos, ainda, construir dois gráficos dinâmicos: uma barra horizontal representando a Riqueza Líquida R_x para cada alíquota t de um determinado

imposto incidente; outro, representando, em duas barras horizontais, a Riqueza Líquida de Impostos e o montantes dos Impostos desse ator, para uma configuração de taxas ajustáveis dinamicamente de todos os impostos incidentes na atuação do ator. Por meio dessas representações visuais, poderão ser feitas simulações locais para obtenção do montante de impostos máximo ou riqueza líquida de impostos máxima, ao se variarem as taxas dos impostos incidentes na atuação desse ator.

Essa representação da economia propicia uma série de vantagens. Além das vantagens relacionadas ao controle proporcionado pela obtenção dos dados dinâmicos e sua visualização em diferentes níveis agregados, haverá grande transparência na atuação de cada uma das unidades econômicas da economia, baixa possibilidade de sonegação de impostos, já que os dados dinâmicos poderão ser armazenados para auditorias futuras, grande possibilidade de otimização da economia como um todo ou para cada unidade econômica em particular, inclusive com o uso de Inteligência Artificial, e possibilidade de simulações do comportamento da economia por meio da variação local de diversos parâmetros, como as taxas de impostos, custos indiretos e preços e quantidade de insumos e produtos.

3 Considerações Finais

O presente trabalho fundamentou-se na intuição que fundamenta a teoria econômica de W. Leontief e propõe, de forma similar, uma representação de unidades econômicas por meio de uma matriz-coluna de insumos (quantidades e preços unitários), uma matriz-coluna de custos indiretos e uma matriz-coluna de produtos (quantidades e preços unitários). Como base nessa representação das unidades econômicas, como nós, toda a economia pode ser representada por meio de um grafo conectado, ou BPMN, com variados graus de abstração, já que cada unidade econômica pode possuir processos internos.

Essa modelagem da economia, a ser mantida de forma dinâmica, com pessoas ou instituições responsáveis por manter os dados atualizados de determinadas unidades econômicas, em tempo real, propicia visualização gráfica de toda a economia, o cálculo de diversos indicadores e gráficos econômicos para cada unidade, responsabilização dos agentes econômicos, simulações locais da economia dos atores quando se variam certos parâmetros, além de dificultar a sonegação de impostos. Uma vantagem final é propiciar o cálculo do comportamento das unidades econômicas e de toda a economia por meio de álgebra matricial, além de otimizações, inclusive com o uso da Inteligência Artificial.

Referências

[1] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). *ISO/IEC 19510:2013 — Information technology — Object Management Group Business Process Model and Notation*. [online]. Retrieved from: https://www.iso.org/standard/62652.html, June 16, 2025.

[2] MILLER, R. K., & PETER, D. B. *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*. Cambridge University Press, 2022.

[3] LEONTIEF, W. *Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States*. Review of Economics and Statistics, 1936.